

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2002-2003 Neðra stig

Nafn: _____

Kennitala: _____ Sími: _____

Heimilisfang: _____

Skóli: _____

Bekkur eða áfangi: _____

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

Námsár í framhaldsskóla: 1. 2.

Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hver eftirfarandi talna er oddatala?

3^4+2

5^4+3

7^4+5

11^4+7

2. Í fótboltaleik var staðan í hálfleik þannig að lið A var yfir á móti liði B, 3:2. Í seinni hálfleik voru svo skoruð sjö mörk. Hvert af eftirfarandi hefði ekki getað verið úrslit leiksins?

- Jafntefli
 Lið B vann með 4 marka mun
 Lið A vann með 2 marka mun
 Lið A vann með 5 marka mun

3. Um tvær tölur x og y sem ekki eru núll gildir að margfeldi þeirra er tvöföld summa þeirra. Hver eftirfarandi jafna er þá rétt?

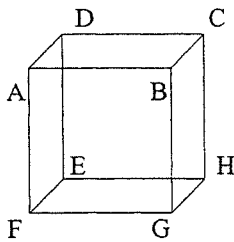
$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$

$\frac{1}{x+y} = 2xy$

$x = \frac{2y}{2-y}$

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$

4.



Lítum á teninginn $ABCDEFGH$.
 Látum P vera miðpunkt BC og
 látum Q vera miðpunkt EF .
 Hvert eftirfarandi hugtaka á þá ekki við um rúmmyndina $APHQ$?

- Ferhyrningur Samsíðungur Tígull Réttthyningur

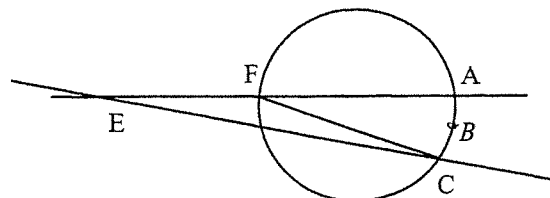
5. Fjórir vinir fóru í veiðitúr. Þeir komu til baka með samtals ellefu fiska og allir höfðu veitt eitthvað. Hvert af eftirfarandi verður þá að vera satt?

- Einhver veiddi nákvæmlega 3 fiska
 Einhver veiddi færri en 3 fiska
 Einhver veiddi fleiri en 3 fiska
 Tveir af vinunum veiddu fleiri en 1 fisk

6. Andri, Bjarki, Davíð, Einar og Gunnar sitja (í þessari röð) kringum borð og leika „úps“: Þeir telja, hver á eftir öðrum, tölurnar frá og með 1, nema þegar kemur að tölu sem er deilanleg með 7 þá á að segja „úps“ í staðinn, annars er maður úr leik. Andri byrjar, og sá fyrsti sem gerir mistök reynist sá sem átti að segja níunda „úps“-ið. Hver var það?

Bjarki Davíð Einar Gunnar

7. Á myndinni er $EF = FC$.
 B er miðpunktur bogans AC .
 Ef x er stærð hornsins AEC , hve stórt er þá hornið ABC ?



$180^\circ - 2x$ $180^\circ - x$ $90^\circ + x$ $90^\circ + 2x$

8. Þegar ein hliðarlengd tenings er stækkuð um 1 cm, önnur minnkuð um 1 cm og sú þriðja látin vera óbreytt, minnkar rúmmál teningsins um 12cm^3 . Hvert er yfirborðsflatarmál upphaflega teningsins (í cm^2) ?

500 804 864 906

9. Til þess að jafnan $8^{15} = 32^x$ sé sönn þarf gildi x að vera

5 7 9 12

10. Í söguþrófi voru 30 krossspurningar og gefin voru 5 stig fyrir sérhvert rétt svar, 1 stig fyrir autt svar og 0 stig fyrir sérhvert rangt svar. Fjórir nemendur voru að metast um árangur sinn í prófinu.

A sagðist hafa fengið 139 stig

B sagðist hafa fengið 141 stig

C sagðist hafa fengið 143 stig

D sagðist hafa fengið 144 stig

Aðeins einn þeirra sagði rétt frá. Hver var það?

A B C D

Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Hver er lengd striksins AC í reglulegum sexhyrningi $ABCDEF$ með hliðalengd 2?

- 3 $\sqrt{3}$ $2\sqrt{3}$ $2\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$

12. Húsin við götu nokkra eru þannig staðsett að hvert hús er nákvæmlega andspænis öðru húsi hinu megin götunnar. Húsin eru númeruð 1, 2, 3, ... o.s.frv öðru megin götunnar og númeraröðin heldur síðan áfram til baka hinu megin götunnar. Hús númer 37 er andspænis húsi númer 64. Hve mörg hús eru í götunni?

- 98 100 102 104 106

13. Ef $x^2 = x + 3$ þá er x^3 jafnt og

- $x + 6$ $x^2 + 3x + 3$ $4x + 3$ $4x^2 + 3$ $x^2 + 27$

14. $\frac{2002}{11 \cdot 13}$ er

- $5 \cdot 11$ $2 \cdot 7$ $3 \cdot 7$ $5 \cdot 3$ ekki heil tala

15. London og Bern eru í ólíkum tímabeltum. Hjá flugfélagi nokkru er tímaáætlunin þannig (miðað er við staðartíma):

Bern	brottför: 10:00		London	brottför: 11:30
London	koma: 10:40		Bern	koma: 14:10

Hver er flugtíminn í mínútum á milli þessara borga?

- 40 100 140 160 205

Priðji hluti

Í þessum hluta er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Í ár er ártalið 2002 sem verður eins þótt lesið sé aftan frá. Hve mörg ártöl 1,2,...,2002 hafa þennan eiginleika?

Svar: _____

17. Hliðalengdir þriggja ferninga eru ólíkar heiltölur, þannig að sami munur er á hliðalengdum þess minnsta og miðferningsins annars vegar og miðferningsins og þess stærsta hins vegar. Ef mismunur flatarmála þess í miðið og hins minnsta er 31, hvert er þá flatarmál stærsta ferningsins?

Svar: _____

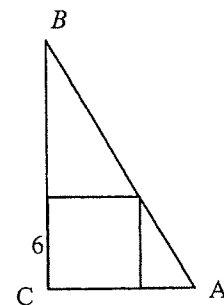
18. Hversu margar náttúrlegar tölur minni en 20.000 eru hvort tveggja í senn, ferningstölur og teningstölur? (Dæmi um slíka tölu er 64 þar eð $64=8^2=4^3$)

Svar: _____

19. Látum a, b, c vera jákvæðar rauntölur þannig að $ab = c$, $bc = 12$ og $b = 3c$. Hvert er margfeldið abc ?

Svar: _____

20. Ferningur með hliðarlengd 6 er dreginn innan þríhyrnings ABC þannig að einn hornpunktur hans er C og annar er á AB . Lengd AB er 20. Hvert er ummál þríhyrningsins ABC ?



Svar: _____

Fjórði hluti

Í þessum hluta er hvort dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu.

21. Í talnasafni eru tölurnar 1, 101, 201, ..., 1901, 2001 alls 21 tala. Sannið að ef valdar eru 12 eða fleiri tölur úr þessu safni þá eru einhverjar tvær með summuna 2002.

22. Sýnið fram á að innan fernings með flatarmál 1 megi koma fyrir jafnhliða þríhyrningi með flatarmál allt að $2\sqrt{3}-3$.